2年普通科　数学Ⅱ　学習状況確認テスト　解答　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　）

[1] 次の問いに答えよ。

(1) ３乗の展開・因数分解の公式を完成させよ。（「①②」「③④」は完全解答）

① $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

② $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

③ $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$

④ $a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

(2) 次の（ ）にあてはまる語句や式を答えよ。

- $(a+b)^n$ の展開式は、組合せの総数 ${}_nC_r$ を用いて、
  $(a+b)^n = {}_nC_0a^n + {}_nC_1a^{n-1}b + (\ ア\ )a^{n-2}b^2 + \cdots + {}_nC_{n-1}ab^{n-1} + {}_nC_nb^n$
  のように表すことができる。この等式を二項定理という。
- $ax^2+bx+c = a'x^2+b'x+c'$ が x についての恒等式
  $\Leftrightarrow$（ イ ）かつ（ ウ ）かつ（ エ ）が成り立つ。
- ２乗して -1 になる数を、i で表す。すなわち、$i^2=-1$ とする。この i を（ オ ）という。$\sqrt{-7}$ を i を用いて表すと、（ カ ）である。
- $a+bi$ と $a-bi$ を互いに（ キ ）な複素数という。
- a、b、c、d を実数とするとき、
  $a+bi=c+di \Leftrightarrow$（ ク ）かつ（ ケ ）が成り立つ。
- ２次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解の公式は、$x=$（ コ ）である。
  また、判別式は $D=$（ サ ）で計算できる。
- ２次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の２解を α、β とすると、
  $\alpha+\beta=$（ シ ）、$\alpha\beta=$（ ス ）
  が成り立つ。これを、解と係数の関係という。また、$\alpha^2+\beta^2$、$\alpha^3+\beta^3$ は $\alpha+\beta$ と $\alpha\beta$ を用いて、$\alpha^2+\beta^2=$（ セ ）、$\alpha^3+\beta^3=$（ ソ ）と表せる。

ア	${}_nC_2$	イ	$a=a'$	ウ	$b=b'$
エ	$c=c'$	オ	虚数単位	カ	$\sqrt{7}i$
キ	共役	ク	$a=c$	ケ	$b=d$
コ	$\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	サ	b^2-4ac	シ	$-\dfrac{b}{a}$
ス	$\dfrac{c}{a}$	セ	$(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$	ソ	$(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

※「イ・ウ・エ」「ク・ケ」は完全解答。

[2] 次の式を展開せよ。

(1) $(x+3)^3$

$= x^3+3\cdot x^2\cdot 3+3\cdot x\cdot 3^2+3^3$

$= x^3+9x^2+27x+27$

(2) $(x-2)^3$

$= x^3-3\cdot x^2\cdot 2+3\cdot x\cdot 2^2-2^3$

$= x^3-6x^2+12x-8$

(3) $(3x-2)^3$

$= (3x)^3-3(3x)^2\cdot 2+3\cdot 3x\cdot 2^2-2^3$

$= 27x^3-54x^2+36x-8$

(4) $(4x+3y)^3$

$= (4x)^3+3(4x)^2\cdot 3y+3\cdot 4x(3y)^2+(3y)^3$

$= 64x^3+144x^2y+108xy^2+27y^3$

[3] 次の式を展開せよ。

(1) $(x+3)(x^2-3x+9)$

$= x^3+3^3$

$= x^3+27$

(2) $(5x-4y)(25x^2+20xy+16y^2)$

$= (5x)^3-(4y)^3$

$= 125x^3-64y^3$

[4] 次の式を因数分解せよ。

(1) a^3-8

$= a^3-2^3$

$= (a-2)(a^2+2a+4)$

(2) $8x^3+27y^3$

$= (2x)^3+(3y)^3$

$= (2x+3y)(4x^2-6xy+9y^2)$

[5] 次の式を因数分解せよ。

(1) x^6-9x^3+8

$= (x^3)^2-9x^3+8$

$= (x^3-1)(x^3-8)$

$= (x-1)(x^2+x+1)(x-2)(x^2+2x+4)$

(2) x^6-64

$= (x^3)^2-8^2$

$= (x^3+8)(x^3-8)$

$= (x+2)(x^2-2x+4)(x-2)(x^2+2x+4)$

[6] 次の式を因数分解せよ。

(1) x^3+3x^2+3x+1

$= x^3+3x^2\cdot 1+3\cdot x\cdot 1^2+1^3$

$= (x+1)^3$

(2) $x^3-9x^2y+27xy^2-27y^3$

$= x^3-3\cdot x^2\cdot 3y+3\cdot x\cdot (3y)^2-(3y)^3$

$= (x-3y)^3$

[7] 次の式の展開式における，[ ]内の項の係数を求めよ。

(1) $(x+3)^7$　[x^4]

${}_7C_3\cdot x^4\cdot 3^3$

$= 945x^4$

係数は945

(2) $(2x-3)^5$　[x^3]

${}_5C_2(2x)^3(-3)^2$

$= 720x^3$

係数は720

(3) $(2x-3y)^6$　[x^3y^3]

${}_6C_3(2x)^3(-3y)^3$

$= -4320x^3y^3$

係数は -4320

[8] 次の整式 A を整式 B で割り，商と余りを求めよ。

(1) $A=3x^2-5x+2$，$B=x-2$

```
           3   1
1  -2 ) 3  -5   2
        3  -6
           1   2
           1  -2
               4
```

商 $3x+1$，余り 4

(2) $A=3x^3-2x^2-4x+4$，$B=x^2+1$

```
            3  -2
1  0  1 ) 3  -2  -4   4
          3   0   3
             -2  -7   4
             -2   0  -2
                 -7   6
```

商 $3x-2$，余り $-7x+6$

[9] x の整式 A を $x-1$ で割ると、商が $3x+2$、余りが 3 である。このとき整式 A を求めよ。

$A = (x-1)(3x+2)+3$

$= 3x^2-x+1$

[10] 次の式を約分して，既約分数式で表せ。

(1) $\dfrac{9a^3b^2}{6a^4b}$

$= \dfrac{3b}{2a}$

(2) $\dfrac{x+1}{x^2-3x-4}$

$= \dfrac{x+1}{(x+1)(x-4)} = \dfrac{1}{x-4}$

[11] 次の計算をせよ。

(1) $\dfrac{3y^2}{2x}\times\dfrac{4x}{9y}$

$= \dfrac{2y}{3}$

(2) $\dfrac{x^2-x}{x+3}\times\dfrac{x^2+4x+3}{x^2+x}$

$= \dfrac{x(x-1)}{x+3}\times\dfrac{(x+1)(x+3)}{x(x+1)}$

$= x-1$

(3) $\dfrac{8c^2}{3a^2b}\div\dfrac{4c^3}{12a^2b}$

$= \dfrac{8c^2}{3a^2b}\times\dfrac{12a^2b}{4c^3}$

$= \dfrac{8}{c}$

(4) $\dfrac{x^2+2x+1}{x^2-2x-3}\div\dfrac{x^2-x-2}{x^2-3x}$

$= \dfrac{(x+1)^2}{(x+1)(x-3)}\times\dfrac{x(x-3)}{(x+1)(x-2)}$

$= \dfrac{x}{x-2}$

12 次の計算をせよ。

(1) $\frac{x}{x+2}+\frac{x+5}{x+2}$

$=\frac{2x+5}{x+2}$

(2) $\frac{x}{x^2-1}+\frac{1}{x^2-1}$

$=\frac{x+1}{x^2-1}=\frac{x+1}{(x+1)(x-1)}$

$=\frac{1}{x-1}$

(3) $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-1}$

$=\frac{(x-1)+(x+1)}{(x+1)(x-1)}$

$=\frac{2x}{(x+1)(x-1)}$

(4) $\frac{1}{x^2+x-2}+\frac{1}{x^2-x-6}$

$=\frac{1}{(x+2)(x-1)}+\frac{1}{(x+2)(x-3)}$

$=\frac{(x-3)+(x-1)}{(x+2)(x-1)(x-3)}$

$=\frac{2(x-2)}{(x+2)(x-1)(x-3)}$

13 等式 $2x^2+1=a(x-1)^2+b(x-1)+c$ が x についての恒等式であるとき，定数 a，b，c の値を求めよ。

(右辺) $=ax^2-2ax+a+bx-b+c$

$=ax^2+(-2a+b)x+(a-b+c)$

左辺との係数比較より．$a=2$，$-2a+b=0$，$a-b+c=1$

これらを解くと，$a=2$，$b=4$，$c=3$

14 等式 $(x-y)+(x+3)i=0$ を満たす実数 x，y の値を求めよ。

$x-y=0$，$x+3=0$ より．$x=-3$，$y=-3$

15 次の計算をせよ。

(1) $(1-i)-(2+3i)$

$=-1-4i$

(2) $4i(1-3i)$

$=4i-12i^2$

$=12+4i$

(3) $\frac{2-i}{2+i}=\frac{(2-i)^2}{(2+i)(2-i)}$

$=\frac{4-4i+i^2}{4-i^2}=\frac{4-4i-1}{4+1}=\frac{3-4i}{5}$

16 次の2次方程式を解け。

(1) $x^2=-3$

$x=\pm\sqrt{3}i$

(2) $x^2+20=0$

$x^2=-20$

$x=\pm 2\sqrt{5}i$

(3) $(3x-1)^2+5=0$

$(3x-1)^2=-5$

$3x-1=\pm\sqrt{5}i$

$x=\frac{1\pm\sqrt{5}i}{3}$

17 次の2次方程式を解け。

(1) $x^2+5x+1=0$

$x=\frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$

(2) $x^2-4x+5=0$

$x=2\pm\sqrt{4-5}$

$=2\pm\sqrt{-1}=2\pm i$

(3) $2x^2-7x-15=0$

$(x-5)(2x+3)=0$

$x=5$，$-\frac{3}{2}$

(4) $2x^2+4\sqrt{3}x+7=0$

$x=\frac{-2\sqrt{3}\pm\sqrt{12-14}}{2}$

$=\frac{-2\sqrt{3}\pm\sqrt{-2}}{2}=\frac{-2\sqrt{3}\pm\sqrt{2}i}{2}$

18 次の2次方程式の解の種類を判別せよ。

(1) $x^2-2x+3=0$

$\frac{D}{4}=(-1)^2-3$

$=-2<0$

異なる2つの虚数解

(2) $9x^2-12x+4=0$

$\frac{D}{4}=(-6)^2-9\cdot4$

$=0$

重解

(3) $3x^2-5x+4=0$

$D=(-5)^2-4\cdot3\cdot4$

$=25-48$

$=-23<0$

異なる2つの虚数解

19 次の2次方程式が [ ] 内のような解をもつとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

(1) $x^2+4x+a=0$ [虚数解]

$D<0$

$\frac{D}{4}=2^2-a$

$=4-a$

$4-a<0$ より

$a>4$

(2) $2x^2-3x+a-1=0$ [実数解]

$D>0$ または $D=0$

$D=(-3)^2-4\cdot2\cdot(a-1)$

$=9-8a+8$

$=-8a+17$

$-8a+17\geqq0$ より．$a\leqq\frac{17}{8}$

20 次の2次方程式の2つの解の和と積を，それぞれ求めよ。

(1) $x^2+2x+5=0$

和：-2，積：5

(2) $4x^2-8x-3=0$

和：$-\frac{-8}{4}=2$

積：$-\frac{3}{4}$

(3) $-2x^2+4x+1=0$

和：$-\frac{4}{-2}=2$

積：$-\frac{1}{2}$

21 2次方程式 $x^2-2x-5=0$ の2つの解を α，β とするとき，次の式の値を求めよ。

(1) $\alpha^2+\beta^2$

$\alpha+\beta=2$，$\alpha\beta=-5$ より．

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=2^2-2\cdot(-5)$

$=14$

(2) $(\alpha-\beta)^2$

$=\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2$

$=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$

$=2^2-4\cdot(-5)$

$=24$

(3) $\alpha^3+\beta^3$

$=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$=2^3-3\cdot(-5)\cdot2$

$=38$

別 $\alpha^3+\beta^3$

$=(\alpha+\beta)(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2)$

$=2(14+5)=38$

(4) $(\alpha+1)(\beta+1)$

$=\alpha\beta+(\alpha+\beta)+1$

$=-5+2+1$

$=-2$

(5) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$

$=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$

$=-\frac{2}{5}$

(6) $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}$

$=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}$ (1)の結果から．

$=-\frac{14}{5}$

22 2次方程式 $x^2-2x+k=0$ の 1つの解が他の解の3倍であるとき，定数 k の値および方程式の解を求めよ。

2次方程式の2解は．$\boxed{\alpha,3\alpha}$ とおける．

解と係数の関係より．$\alpha+3\alpha=2$，$\alpha\cdot3\alpha=k$

これらを解くと．$\alpha=\frac{1}{2}$，$k=\frac{3}{4}$

また，方程式の解は．αの値より．$x=\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}$

23 次の2数を解にもつ2次方程式を1つ作れ。ただし，係数は整数にせよ。 $\boxed{x^2-和x+積=0}$

(1) -1，-2

和：$-1-2=-3$

積：$-1\cdot(-2)=2$

$x^2+3x+2=0$

(2) $1+\sqrt{3}$，$1-\sqrt{3}$

和：2

積：$1-3=-2$

$x^2-2x-2=0$

(3) $2+3i$，$2-3i$

和：4

積：$4+9=13$

$x^2-4x+13=0$